

VALUACIÓN DE OPCIONES EXÓTICAS CON EL MÉTODO MONTE CARLO

ALEJANDRA CORTÉS GUEVARA ^a, DR. VÍCTOR HUGO VÁZQUEZ GUEVARA ^a

^aFacultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP

e-mail: alejandrina2099@hotmail.com, vvazquez@fcfm.buap.mx

En años recientes, las *opciones* se han convertido en una alternativa conveniente para invertir dinero. Se ha alcanzado el punto donde es esencial que los profesionales en finanzas entiendan cómo pueden ser usados estos instrumentos financieros. Dentro del mercado de derivados son comerciadas activamente las opciones básicas denominadas Plain vanilla, sin embargo, ingenieros financieros se han dado a la tarea de crear opciones Exóticas. Las opciones asiáticas y barrera pertenecen a este segundo grupo y en método para valuarlas es de Monte Carlo. A modo de entender mejor el tema, se realizó un programa en VBA que al extraer datos de Banxico y Yahoo Finance, permite conocer el valor de una opción sobre cierto bien subyacente.

Keywords: Opción, Asiática, Barrera, Valuación, Monte Carlo.

1. Introducción

El desarrollo de mercados bursátiles organizados para la negociación de opciones ha sido reciente, aunque los antecedentes de la operatoria con opciones se remonta a los tiempos de los fenicios y ha ido adquiriendo importancia a lo largo de los siglos al compás del desarrollo del comercio. Es preciso señalar que el primer contrato de opción data del siglo XVII y estuvo vinculado al mercado de tulipanes de Holanda, para posteriormente irse desarrollando nuevos contratos de opciones sobre mercancías [2].

El primer mercado organizado de opciones se inauguró en Chicago el 25 de abril de 1973. Se trata de la Chicago Board Options Exchange, conocida por las siglas CBOE [2].

Las primeras opciones que se crearon fueron opciones sobre mercancías (*commodities*), tales como las relativas a productos agrícolas y ganaderos, productos energéticos, metales preciosos y otros metales, desarrollándose posteriormente las denominadas *opciones financieras*, como pueden ser las que se refieren a acciones, deuda, divisas e índices bursátiles.

En la actualidad los productos derivados son cada

vez más utilizados y no sólo por los miembros del mercado, como bancos y agencias de valores, sino también por inversionistas individuales y empresas. La importancia del estudio de las opciones es debido a que son instrumentos financieros que permiten realizar diversas operaciones con ellas. Son instrumentos que permiten fijar hoy el precio de compra o venta de un bien subyacente para ser pagado o entregado en una fecha futura, esto da la posibilidad de planear, cubrir y administrar riesgos financieros así como optimizar el rendimiento de los portafolios.

Organismos financieros internacionales como el International Monetary Fund (IMF) y la International Finance Corporation (IFC) destacan la importancia de que países como México cuenten con productos derivados, cotizados en una bolsa (MexDer) con el propósito de promover esquemas de estabilidad macroeconómica y facilitar el control de riesgos en intermediarios financieros y entidades económicas.

2. ¿Qué son las opciones financieras?

El propósito de esta sección es analizar el funcionamiento de las opciones, familiarizarse con el tema, así como su terminología.

Definición 2.1 (Opción). *Contrato entre dos partes (comprador y vendedor), que otorga a su comprador el derecho, pero no la obligación de comprar o vender cierta cantidad de bienes subyacentes en una fecha preestablecida y a un precio fijado de antemano al momento de ser firmado.*

En el contrato de una opción se estipulan diversos parámetros que serán denotados de la siguiente manera:

S_0 , denota el precio del bien subyacente al inicio del contrato, es decir en $t = 0$,

$S(i)$, indica el precio del bien en las fechas tomadas como referencia (esto es, en $i = 0, \dots, n$),

E , indica el precio de ejercicio al cual se comprará o venderá posiblemente el bien subyacente,

r , es la tasa de interés libre de riesgo,

T , es la fecha de expiración,

σ^2 , denota la volatilidad.

Las opciones se dividen en opciones de compra (call) y opciones de venta (put).

Definición 2.2. (Opción call). *Las opciones call otorgan al tenedor el derecho de comprar cierta cantidad de bienes, en una fecha de expiración y a un precio de ejercicio previamente establecidos.*

Definición 2.3 (Opción put). *Las opciones put otorgan al tenedor el derecho de vender cierta cantidad de bienes, en una fecha de expiración y a un precio de ejercicio previamente establecidos.*

Dentro del mercado de derivados se negocia con distintos tipos de opciones financieras, de los cuales las más comunes son europeas y americanas.

Definición 2.4 (Opción europea). *Tipo de opción que sólo se puede ejercer en la fecha de expiración.*

Definición 2.5 (Opción americana). *Tipo de opción que se puede ejercer en cualquier fecha igual o anterior a la de expiración.*

Las opciones europeas y americanas, call y put se denominan opciones Plain vanilla [3].

Otro tipo de opciones son las denominadas Exóticas y aunque no existe unanimidad sobre lo que se entiende

por ellas, se puede entender por opciones exóticas a todas aquellas opciones no tradicionales, entendiendo por tradicionales las opciones que tienen un precio de ejercicio fijo y cuyo valor depende del precio del bien subyacente en la fecha de expiración [1].

En las opciones exóticas se distinguen diferentes modalidades, entre las cuales están las opciones cuyo valor es dependiente de la evolución histórica de los precios del bien subyacente. A esta categoría pertenecen las opciones asiáticas y barrera [1].

Definición 2.6 (Opción asiática). *Tipo de opción para la cual la función de pago depende del promedio de los valores que ha alcanzado el precio del bien subyacente en determinados momentos a lo largo de la vida de la opción. También son conocidas como opciones promedio.*

Definición 2.7 (Opción barrera). *Tipo de opción que se puede ejercer si durante la vida de la misma, el precio del bien subyacente es siempre mayor o siempre menor que cierto valor B (la barrera), o de manera alternativa, si la barrera es alcanzada por el precio del bien durante la vida de la opción.*

Los cuatro tipos de opciones barrera más negociadas son:

Opción down-and-out: La opción caduca sin valor si el precio del bien subyacente cae hasta la barrera B , esto significa que la barrera es alcanzada desde arriba antes de la fecha de expiración.

Opción down-and-in: La opción caduca sin valor a menos que la barrera B , sea alcanzada desde arriba por el precio del bien subyacente antes de la fecha de expiración.

Opción up-and-out: La opción caduca sin valor si el precio del bien subyacente sube hasta la barrera B , esto significa que la barrera es alcanzada desde abajo antes de la fecha de expiración.

Opción up-and-in: La opción caduca sin valor a menos que la barrera B , sea alcanzada desde abajo por el precio del bien subyacente antes de la fecha de expiración.

3. Problema de la valuación

Las opciones son principalmente usadas por los individuos que están expuestos a un riesgo y desean protegerse traspasándolo a un agente que esté dispuesto a aceptarlo. El objetivo de administrar el riesgo consiste en asegurarse que una empresa o inversionista no sufra

pérdidas económicas.

El problema que existe en los contratos de opciones, se debe a que el vendedor de la opción tiene la *obligación* de comprar (o vender) el bien subyacente al tiempo T y el tenedor de la opción tiene el *derecho* de comprar (o vender) el bien subyacente al tiempo T ; por esa falta de simetría, a forma de compensación, se debe pagar al vendedor por adelantado una cantidad monetaria denominada *prima*, ésta siempre será pagada con independencia de que se ejerza o no la opción.

El tenedor de una opción, ejercerá su derecho si lo que se conoce como valor intrínseco de la opción es positivo. El valor intrínseco de una opción call es el valor máximo entre la diferencia del valor del subyacente y el precio de ejercicio, o cero. Por tanto, para que el tenedor de la opción call le convenga ejercer el derecho de comprar el subyacente, se debe cumplir:

$$C = \max(S(T) - E, 0) > 0.$$

De manera semejante a la opción call, el valor intrínseco de una opción put es el valor máximo entre la diferencia del precio de ejercicio y el valor del subyacente, o cero. Por tanto, para que el tenedor de la opción le convenga ejercer el derecho de vender el subyacente, se debe cumplir:

$$P = \max(E - S(T), 0) > 0.$$

4. Valuación de opciones Exóticas

Opciones Asiáticas

Las opciones asiáticas más negociadas son las que en la fecha de expiración T ofrecen una remuneración igual a la diferencia, si es positiva, entre el precio medio del bien subyacente $A(0, T)$ y el precio de ejercicio E [1]. Se les denomina opciones de precio de ejercicio fijo (*Fixed strike*) o simplemente asiáticas [1] [6].

Las funciones de pago para opciones asiáticas call y put respectivamente se describen a continuación:

$$C = \max(A(0, T) - E, 0),$$

$$P = \max(E - A(0, T), 0).$$

Por otro lado, también se negocian, aunque menos, opciones asiáticas en las que en la fecha de expiración T ofrecen una remuneración igual a la diferencia, si es positiva, entre el precio del bien subyacente en la fecha de expiración $S(T)$ y la media de los precios que el subyacente ha alcanzado durante la vida de la opción. A éstas se les denomina opciones de precio de ejercicio flotante (*Floating strike*) o pseudo-asiáticas [1] [6].

Las funciones de pago para opciones pseudo-asiáticas call y put respectivamente son las siguientes:

$$C = \max(S(T) - eA(0, T), 0),$$

$$P = \max(eA(0, T) - S(T), 0),$$

donde e es una ponderación, usualmente su valor es 1 y por tanto es omitido.

El promedio $A(0, T)$ puede ser calculado de varias maneras, normalmente se utiliza el promedio aritmético

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S(t_i).$$

En el caso continuo, $A(0, T)$ se obtiene como,

$$\frac{1}{T} \int_0^T S(\tau) d\tau,$$

también se suele emplear el promedio geométrico,

$$\left(\prod_{i=1}^n S(t_i) \right)^{\frac{1}{n}},$$

siendo $S(t_i)$ el precio del bien subyacente en las fechas tomadas como referencia, n el número de referencias tomadas, t_i la fecha en que se toma la referencia i -ésima.

Opciones barrera

Las opciones barrera tienen una función de pago que inicia o expira dependiendo de si el valor del bien subyacente cruza la barrera B durante la vida de la opción [7].

Un número importante de opciones barrera se comercia regularmente en mercados extrabursátiles, estas opciones son atractivas para algunos participantes del mercado porque son menos caras que las Plain vanilla [5].

Las opciones barrera se dividen en opciones *down-and-out*, *down-and-in*, *up-and-out* y *up-and-in*, éstas a su vez se dividen en opciones de compra (call) y opciones de venta (put), esto da un total de 8 diferentes tipos de opciones barrera y a continuación se describen,

Opción call down-and-out. Tiene una función de pago con valor cero si el precio del bien cruza la barrera B , con $B < S_0$, en algún momento antes de la fecha de expiración. Si la barrera no es cruzada, entonces la función de pago es la misma que para una opción europea call, es decir, $\max(S(T) - E, 0)$.

Opción call down-and-in. Tiene una función de pago con valor cero a menos que el precio del bien cruce la barrera B , con $B < S_0$, en algún momento antes de la fecha de expiración. Si la barrera es cruzada, entonces la función de pago es la misma que para una opción europea call, es decir, $\max(S(T) - E, 0)$.

Opción call up-and-out. Tiene una función de pago con valor cero si el precio del bien cruza la barrera B , con $B > S_0$, en algún momento antes de la fecha de expiración. Si la barrera no es cruzada, entonces la función de pago es la misma que para una opción europea call, es decir, $\max(S(T) - E, 0)$.

Opción call up-and-in. Tiene una función de pago con valor cero a menos que el precio del bien cruce la barrera B , con $B > S_0$, en algún momento antes de la fecha de expiración. Si la barrera es cruzada, entonces la función de pago es la misma que para una opción europea call, es decir, $\max(S(T) - E, 0)$.

Una relación importante que se da entre la *prima* de opciones barrera y opciones europeas, ambas con la misma fecha de expiración T y precio de ejercicio E , se denomina *Paridad*.

Esta relación se ve más claramente de la siguiente forma,

$$\begin{aligned} C_{up-in} + C_{up-out} &= C(t) \\ &= e^{(T-t)} E(\max(S(T) - E, 0)), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{down-in} + C_{down-out} &= C(t) \\ &= e^{(T-t)} E(\max(S(T) - E, 0)), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{up-in} + P_{up-out} &= P(t) \\ &= e^{(T-t)} E(\max(E - S(T), 0)), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{down-in} + P_{down-out} &= P(t) \\ &= e^{(T-t)} E(\max(E - S(T), 0)). \end{aligned}$$

Siendo $C(t)$ y $P(t)$ el valor de una opción europea call y put respectivamente. Por consiguiente, para definir los 4 tipos de opciones barrera restantes, basta con reemplazar la palabra call por put en cada una de las definiciones anteriores.

Se han desarrollado diferentes modelos para la valuación de opciones exóticas, entre los cuales destacan el método de simulación de Monte Carlo.

El método de Monte Carlo es un modelo de simulación que consiste esencialmente en un muestreo simulado, es decir, en generar números aleatorios para convertirlos luego en observaciones de la variable aleatoria del modelo.

Cabe mencionar que este método fue programado en VBA para valorar opciones asiáticas y barrera.

5. Implementación numérica

En esta sección se presentan algunos ejemplos de la valuación de opciones asiáticas y barrera implementando el programa realizado en VBA.

Ejemplo 5.1 Se desea valorar una opción call asiática sobre una acción de Dell, Inc., cuyo precio al día 23 de mayo de 2019 es \$65.70. En el contrato se estipula que el precio de ejercicio es \$60.00, se toma en cuenta que la tasa de interés libre de riesgo es 8.03% y que el contrato vence 1 año después, además se considera una volatilidad de 0.048566070.

El valor de la opción obtenido con el método de Monte Carlo, es $C = 7.69022769$. En la Figura 1, se

muestra el valor obtenido por el Método de Monte Carlo para cada una de los 1000 trayectorias simuladas.

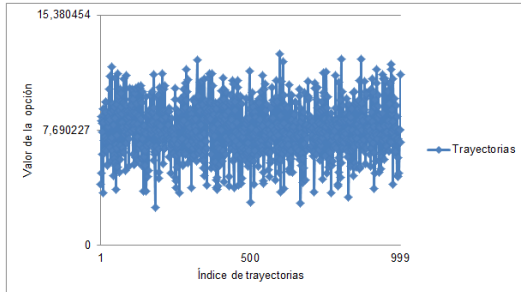


Fig. 1. Trayectorias simuladas mediante el método de Monte Carlo para el ejemplo 5.1

Ejemplo 5.2 Se desea valorar una opción barrera up-and-out put sobre una acción de Nike, Inc., cuyo precio al día 25 de mayo de 2019 es \$83.20. En el contrato se estipula que el precio de ejercicio es \$90.50, se toma en cuenta que la tasa de interés libre de riesgo es 8.24% y que el contrato vence 2 años después, además se considera una volatilidad de 0.02710898

El valor de la opción obtenido con el método de Monte Carlo, es $C = 0.680670214$. Mismo que es observado en la Figura 2 (línea horizontal) junto con 1,000 valores obtenidos para sus correspondientes trayectorias.

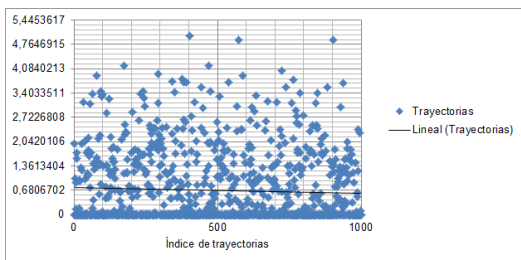


Fig. 2. Trayectorias simuladas mediante el método de Monte Carlo para el ejemplo 5.2

Agradecimientos

Trabajo financiado parcialmente por la VIEP-BUAP a través del proyecto La caminata aleatoria del elefante y el Teorema Central del Límite Casi seguro

Referencias

- [1] Arregui Ayastuy, G. y Vallejo Alonso, B. *Análisis de la valoración de las opciones asiáticas utilizadas por los fondos de inversión garantizados de renta variable*,

Investigaciones Europeas de Dirección y Economía de la Empresa, Universidad de País Vasco, Vol.7, Num.1, 2001.

- [2] Casanovas Ramón Montserrat, *Opciones financieras*, Ediciones Pirámide, Cuarta edición, 2000.
- [3] Chriss N.A., *Black-Scholes and beyond: option pricing models*, McGraw-Hill, 1997
- [4] Higham D.J., *An Introduction to Financial Option Valuation*, Cambridge, Primera edición, 2004.
- [5] Hull J.C., *Options, Futures & others derivatives*, Pearson Prentice Hall, Séptima edición, 2009
- [6] Sitio de página web: https://en.wikipedia.org/wiki/Asian_option, fecha de consulta: 15 de mayo de 2019.
- [7] Sitio de página web: https://en.wikipedia.org/wiki/Barrier_option, fecha de consulta: 15 de mayo de 2019.
- [8] Sitio de página web: <http://mx.finance.yahoo.com/>, fecha de consulta: 23 de mayo de 2019.
- [9] Sitio de página web: <http://www.banxico.org.mx/>, fecha de consulta: 23 de mayo de 2019.