VALOR ESPERADO DE UNA FUNCIÓN DE UNA VARIABLE ALEATORIA

SI TENEMOS UNA VARIABLE ALEATORIA X, Y SU FUNCIÓN DE MASA DE PROBABILIDAD f(x), EL VALOR ESPERADO ES:

$$E[X] = \sum_{x:p(x)>0} x * p(x)$$

SI SE TIENE UNA FUNCIÓN g(X) DE X, ENTONCES SU VALOR ESPERADO ES:

$$E[g(X)] = \sum_{x:p(x)>0} g(x) * p(x)$$

OTRA MANERA ES: HACER Y = g(X), Y CONSTRUIR PRIMERO SU FUNCIÓN DE MASA DE PROBABILIDAD p(y), ASÍ SU VALOR ESPERADO ES:

$$E[Y] = \sum_{y:p(y)>0} y * p(y)$$

NOTA: AL VALOR ESPERADO SE LE CONOCE COMO LA ***MEDIA*** o EL ***PRIMER MOMENTO DE X***, a $E[X^n]$, $n \geq 1$, SE LE CONOCE COMO EL ***n-ÉSIMO MOMENTO DE X***

$$E[X^n] = \sum_{x:p(x)>0} x^n * p(x)$$

TAREA 1 (A DISTANCIA)

FECHA DE ENTREGA: ABRIL 3, 2020

7. Obtenga el valor esperado de la variable aleatoria **y** cuya densidad de probabilidad está dada por

$$f(y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(y+1) & \text{para } 2 < y < 4 \\ 0 & \text{en cualquier otra parte} \end{cases}$$

8. Determine el valor esperado de la variable aleatoria **x** cuya densidad de probabilidad está dada por

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{para } 0 < x < 1 \\ 2 - x & \text{para } 1 \leqslant x < 2 \\ 0 & \text{en cualquier otra parte} \end{cases}$$

9. La variable aleatoria **x** toma los valores 0, 1, 2 y 3 con probabilidades respectivas de $\frac{1}{125}$, $\frac{12}{125}$, $\frac{48}{125}$, y $\frac{64}{125}$.

a) Determine $E(\mathbf{x})$ y $E(\mathbf{x}^2)$.

b) Utilice los resultados del inicio a) para obtener $E\left[(3\mathbf{x} + 2)^2\right]$.

10. La función de densidad de la variable aleatoria continua **x** está dada por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x(\ln 3)} & \text{para } 1 < x < 3 \\ 0 & \text{en cualquier otra parte} \end{cases}$$

a) Determine $E(\mathbf{x})$, $E(\mathbf{x}^2)$ y $E(\mathbf{x}^3)$.

b) Utilice los resultados del inciso a) para determinar el valor de $E(\mathbf{x}^3 + 2\mathbf{x}^2 - 3\mathbf{x} + 1)$.

11. Si la función de densidad de la variable aleatoria **x** está dada por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{2} & \text{para } 0 < x \leqslant 1 \\ \dfrac{1}{2} & \text{para } 1 < x \leqslant 2 \\ \dfrac{3-x}{2} & \text{para } 2 < x < 3 \\ 0 & \text{en cualquier otra parte} \end{cases}$$

determine el valor esperado de $g(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - 5\mathbf{x} + 3$.

12. Con referencia al ejercicio 5 de la página 116, calcule $E(2\mathbf{x} - \mathbf{y})$.

17. La probabilidad de que la señorita Brown venda parte de una propiedad con una ganancia de \$3 000 es: $\frac{3}{20}$, la probabilidad de que la venda y obtenga una ganancia de \$1 500 es $\frac{7}{20}$, la probabilidad de que salga a mano es $\frac{7}{20}$, y la probabilidad de que pierda \$1 500 es $\frac{3}{20}$. ¿Cuál es su ganancia esperada?

18. Un juego de azar se considera **justo,** o **equitativo,** si la esperanza de cada jugador es igual a cero. Si alguien nos paga \$10 cada vez que tiramos un 3 o un 4 con un dado equilibrado, ¿cuánto debemos pagar a esa persona cuando tiremos un 1, 2, 5 o 6 para tornar el juego equitativo?

19. El gerente de una pastelería sabe que el número de pasteles de chocolate que puede vender en un día cualquiera dado es una variable aleatoria que tiene la distribución de probabilidad $f(x) = \frac{1}{6}$ para $x = 0, 1, 2, 3, 4$ y 5. También sabe que se logra una utilidad de \$1.00 por cada pastel vendido y una pérdida (en virtud de los desperdicios) de \$0.40 por cada pastel que no vende. Suponiendo que cada pastel sólo se puede vender el día de su elaboración, determine la utilidad esperada del pastelero en un día en el cual hornea

a) tres de los pasteles;
b) cuatro de los pasteles;
c) cinco de los pasteles;

20. Si la ganancia de un contratista en una obra de construcción puede considerarse como una variable aleatoria continua que tiene la densidad de probabilidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{18}(x+1) & \text{para } -1 < x < 5 \\ 0 & \text{en cualquier otra parte} \end{cases}$$

donde las unidades se expresan en miles de dólares, ¿cuál es la utilidad esperada?

LIBRO: A first course in probability, de Sheldon M. Ross, página 173, ejercicios del 1 al 8; página 175 y 176, ejercicios del 15 al 24; página 179, ejercicios del 35 al 42; páginas 181 y 182, ejercicios impares; página 185, ejercicios 3, 4, 5, 8 y 9.