PROBABILIDAD II

Evaluación rápida de Distribuciones conjuntas y marginales

Definición. Si f(x,y) es el valor de la densidad conjunta de las variables aleatorias continuas X y Y en (x,y) y h(y) es el valor de la densidad de Y en y, la función dada por

$$f(x|y) = \frac{f(x,y)}{h(y)} \quad h(y) \neq 0$$

para $-\infty < x < \infty$, se denomina densidad condicional de X dada Y = y. De modo análogo, si g(x) es el valor de la densidad marginal de X en x, la función dada es:

$$k(y|x) = \frac{f(x,y)}{g(x)} \quad g(x) \neq 0$$

para $-\infty < y < \infty$, se denomina densidad condicional de Y dada X = x.

- -

1. Si la función de densidad conjunta de X y Y está dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{4}(2x+y) & para\ 0 < x < 1, 0 < y < 2 \\ 0 & en\ cualquier\ otra\ parte \end{cases}$$

Determine:

a) La densidad marginal de X;

b) La densidad marginal de Y;
c) La densidad condicional de X dada Y = 1;
d) La densidad condicional de Y dada X = ¼.

2. Si las variables aleatorias X y Y tienen la función de densidad conjunta dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} 24\, y(1-x-y) & para\ 0 < x, \quad y > 0, x + y < 1 \\ 0 & en\ cualquier\ otra\ parte \end{cases}$$

Determine:

a) La densidad marginal de X;
b) La densidad marginal de Y;
c) Determinar si las dos variables aleatorias son independientes.

3. Si X y Y tienen la función de densidad conjunta

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(6-x-y) & para\ 0 < x < 2, 2 < y < 4 \\ 0 & en\ cualquier\ otra\ parte \end{cases}$$

Determine el valor de P(X < 1 | Y < 3).