ESTIMACIÓN

PUNTUAL Y POR INTERVALO (PARTE 4)

DR. JOSÉ DIONICIO ZACARIAS FLORES

jzacarias@fcfm.buap.mx

Métodos de

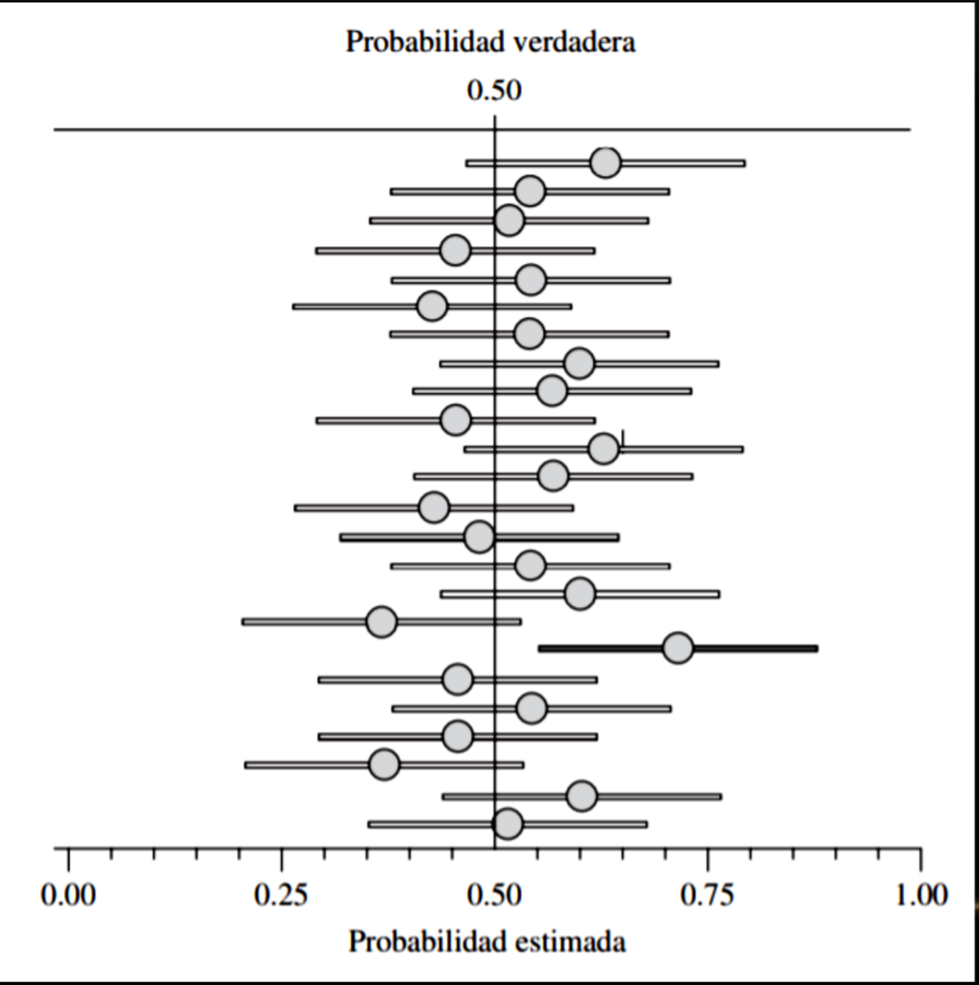
ESTIMACIÓN POR INTERVALO (PARTE 3)

I. C. PARA PROPORCIONES

- ***Intervalo de confianza para proporciones.*** Se crean cuando debemos obtener proporciones, probabilidades, porcentajes o índices (o tasas).
- Ejemplos. Cuando se desea saber la proporción de unidades defectuosas en un lote de objetos electrónicos, la probabilidad de salir mal en una prueba de actitud, conocer el porcentaje de triunfos en un campeonato de liga, conocer la tasa de mortalidad de algún tipo de enfermedad. En muchos casos el planteamiento del problema puede ser del tipo binomial, así el interés entonces es determinar el parámetro binomial θ.
- Recordemos que una binomial puede obtenerse mediante la distribución normal, así que

$$z = \frac{X - n\theta}{\sqrt{n\theta(1-\theta)}}$$

24 IC AL 95% REALIZADOS PARA UNA PROPORCIÓN POBLACIONAL



I. C. PARA PROPORCIONES

- ***Intervalo de confianza de muestra grande para θ.*** Un intervalo de confianza aproximado del (1-α)100%, para el parámetro binomial θ está dado por

$$\hat{\theta} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{\theta}(1-\hat{\theta})}{n}} < \theta < \hat{\theta} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{\theta}(1-\hat{\theta})}{n}}$$

donde $\hat{\theta} = \frac{x}{n}$.

La longitud de este intervalo siempre satisface:

Longitud de intervalo de confianza $\leq \frac{z\alpha/_2}{\sqrt{n}}$.

El producto $z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{\theta}(1-\hat{\theta})}{n}}$ es llamado el ***margen de error***.

EJEMPLO

- Se hace un estudio para determinar la proporción de votantes de una comunidad cuantificable que favorecen la construcción de una planta generadora de energía nuclear. Si se tiene que sólo 140 de 400 votantes seleccionados al azar favorecen el proyecto, obtenga un intervalo de confianza del 95% de la proporción de todos los votantes de esta comunidad que se expresan a favor del proyecto.
- Respuesta.

$\hat{\theta} = \frac{140}{400} = 0.35$ y $z_{.025} = 1.96$, de donde de acuerdo al enunciado

$$0.35 - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{(0.35)(0.65)}{400}} < \theta < 0.35 + 1.96 \cdot \sqrt{\frac{(0.35)(0.65)}{400}}$$

de donde el I.C. es $0.303 < \theta < 0.397$

I. C. PARA DIFERENCIAS ENTRE PROPORCIONES

- ***Intervalo de confianza para diferencia de proporciones***. Un intervalo de confianza aproximado del (1-α)100% para $\theta_1 - \theta_2$, la diferencia entre dos parámetros binomiales está dada por

$$(\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2) - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{\theta}_1(1-\hat{\theta}_1)}{n_1} + \frac{\hat{\theta}_2(1-\hat{\theta}_2)}{n_2}} < \theta_1 - \theta_2 < (\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2) + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{\theta}_1(1-\hat{\theta}_1)}{n_1} + \frac{\hat{\theta}_2(1-\hat{\theta}_2)}{n_2}}$$

- Donde $\hat{\theta}_1 = \frac{x_1}{n}$ y $\hat{\theta}_2 = \frac{x_2}{n}$

EJEMPLO

- Dos marcas de refrigeradores, denotadas por A y B, están garantizadas por 1 año. En una muestra aleatoria de 50 refrigeradores de la marca A, se observó que 12 de ellos fallaron antes de terminar el periodo de garantía. Una muestra aleatoria independiente de 60 refrigeradores de la marca B también reveló 12 fallas durante el período de garantía. Calcule la diferencia real ($p_1 - p_2$) entre las proporciones de fallas durante el período de garantía, con un coeficiente de confianza de aproximadamente .98.

SOLUCIÓN

- Tomando en cuenta la información, $n_1 = 50$, $n_2 = 60$, $\hat{\theta}_1 = .24$, $\left(1-\hat{\theta}_1\right) = .76$, $\hat{\theta}_2 = .20$, $\left(1-\hat{\theta}_2\right) = .80$ y $z_{.01} = 2.33$
- Por lo que el intervalo de confianza es

- $(.24-.20) \pm 2.33\sqrt{\frac{(.24).76)}{50}+\frac{(.20)(.80)}{60}}$
- $= .04 \pm .1851$ o $[-.1451, .2251]$

I. C. PARA VARIANZAS

- ***Intervalo de confianza para σ^2.*** Si s^2 es el valor de la varianza de una muestra aleatoria de tamaño n tomada de una población normal, un intervalo de confianza del (1-α)100%, para $\boldsymbol{\sigma}^2$ está dado por

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}} < \boldsymbol{\sigma}^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}}$$

se puede obtener intervalo de confianza del (1-α)100%, para **σ** sacando las raíces cuadradas de los límites de confianza para la varianza.

EJEMPLO

- En 16 recorridos de prueba, el consumo de gasolina de un motor experimental tuvo una desviación estándar de 2.2 galones. Construya un intervalo de confianza del 99% para , midiendo la variable real del consumo de gasolina de este motor.
- Respuesta.

Con n = 16, s = 2.2, junto con $\chi^2_{.005,15}$ = 32.801 y $\chi^2_{.995,15}$ = 4.601

Así el IC es $\frac{15(2.2)^2}{32.801} < \boldsymbol{\sigma^2} < \frac{15(2.2)^2}{4.601}$

O bien $2.21 < \boldsymbol{\sigma^2} < 15.78$

O bien $1.4866 < \sigma < 3.9724$

PROBLEMAS DE CLASE Y CASA

PROBLEMAS

- Página 316, problemas del 15 al 18, del libro 1

ELECCIÓN DEL TAMAÑO ADECUADO DE UNA MUESTRA

- Se basa en 3 condiciones:
- El margen de error que tolerará el investigador.
- El nivel de confianza deseado.
- La variabilidad o dispersión de la población que se estudia.
- Se utiliza el margen de error definido en la construcción de los IC

TAMAÑO DE LA MUESTRA PARA ESTIMAR LA MEDIA DE LA POBLACIÓN

$$n = \left(\frac{z\sigma}{E}\right)^2$$

- donde: n es el tamaño de la muestra. z es el valor normal estándar correspondiente al nivel de confianza deseado. es la desviación estándar de la población. E es el error máximo admisible.

TAMAÑO DE LA MUESTRA PARA CALCULAR LA PROPORCIÓN DE UNA POBLACIÓN

Para determinar el tamaño de la muestra en el caso de una proporción, es necesario especificar estas mismas tres variables:

- El margen de error.
- El nivel de confianza deseado.
- **TAMAÑO DE LA MUESTRA DE LA PROPORCIÓN DE LA POBLACIÓN** $$n = \pi(1 - \pi)\left(\frac{z}{E}\right)^2$$

- donde: n es el tamaño de la muestra. z es el valor normal estándar correspondiente al nivel de confianza deseado. es la proporción de la población. E es el máximo error tolerable.